

Linguaggio e Metodi della Matematica

Proprietà su Relazioni

- $R \subseteq A \times A$ è **riflessiva** se: $\forall a \in A. a R a$
- $R \subseteq A \times A$ è **simmetrica** se: $\forall a, b \in A. (a R b \rightarrow b R a)$
- $R \subseteq A \times A$ è **transitiva** se: $\forall a, b, c \in A. (a R b \wedge b R c \rightarrow a R c)$
- $R \subseteq A \times A$ è **irriflessiva** se: $\forall a \in A. \neg(a R a)$
- $R \subseteq A \times A$ è **antisimmetrica** se: $\forall a, b \in A. (a R b \wedge b R a \rightarrow a = b)$
- $R \subseteq A \times A$ è **asimmetrica** se: $\forall a, b \in A. (a R b \rightarrow \neg(b R a))$

Esempi

	rif.	sim.	trans.	irr.	ant.	asim.
R_{\leq}	si	no $a = 1, b = 2$	si	no $a = 1$	si	no $a = 1, b = 1$
$R_{<}$	no $a = 1$	no $a = 1, b = 2$	si	si	si	si
$R_M^{\mathbb{Z}}$	no $a = 0$	no $a = 2, b = 6$	si	no $a = 2$	no $a = 2, b = -2$	no $a = 2, b = 2$
$R_M^{\mathbb{N}^+}$	si	no $a = 2, b = 6$	si	no $a = 2$	si	no $a = 2, b = 2$
$R_{ \cdot }$	si	si	si	no $a = 1$	no $a = 1, b = -1$	no $a = 1, b = 1$
$R_{\pm 1}$	si	si	no $a = 1, b = 2, c = 3$	no $a = 1$	no $a = 1, b = 2$	no $a = 1, b = 2$

- $R_{\leq} = \{(n, m) \mid n, m \in \mathbb{Z} \wedge n \leq m\}$ $R_{<} = \{(n, m) \mid n, m \in \mathbb{Z} \wedge n < m\}$
- $R_M^{\mathbb{Z}} = \{(n, m) \mid n, m \in \mathbb{Z} \wedge n|m\}$ $R_M^{\mathbb{N}^+} = \{(n, m) \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \wedge n|m\}$
- $R_{| \cdot |} = \{(n, m) \mid n, m \in \mathbb{Z} \wedge |n| = |m|\}$
- $R_{\pm 1} = \{(n, m) \mid n, m \in \mathbb{Z} \wedge -1 \leq n - m \leq 1\}$