Corso di Laurea in Informatica Applicata

Linguaggio e Metodi della Matematica

Principio del Buon Ordinamento

- Ogni sottoinsieme non vuoto dei naturali ha un elemento minimo:
  $\forall S.\ (S \subseteq \mathbb{N} \land S \neq \emptyset \rightarrow \exists m.(m \in S \land \forall s.(s \in S \rightarrow m \leq s)))$

Principio di Induzione

$$\frac{P(0) \quad \forall n.(P(n) \rightarrow P(n+1))}{\forall n.P(n)} \ \textbf{Induzione Debole}$$

$$\frac{P(0) \quad \forall n.(P(0) \land P(1) \land \cdots \land P(n) \rightarrow P(n+1))}{\forall n.P(n)} \ \textbf{Induzione Forte}$$

Alcune Proprietà Induttive

- $\forall n.\ (\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2})$ ovvero $\forall n.\ (1+2+\cdots+n = \frac{n\cdot(n+1)}{2})$ (dimostrata a lezione)
- $\forall n.\ (3|n^3 - n)$ (dimostrata a lezione)
- $\forall n.\ (2|n^2 + n)$ (esercizio per casa)
- $\forall n.\ (3|2^n \cdot 2^n - 1)$ (dimostrata a lezione)
- $\forall n.\ (n < 2^n)$ (esercizio per casa)
- $\forall n.\ (\sum_{i=0}^{n} (2 \cdot i - 1) = n^2)$ ovvero $\forall n.\ (1+3+5+\cdots+(2\cdot n - 1) = n^2)$ (esercizio per casa)
- $\forall n \geq 4.\ (2^n < n!)$ (dimostrata a lezione)
- I numeri di Fibonacci sono definiti ricorsivamente da:

$$\begin{aligned} f_0 &= 0 \\ f_1 &= 1 \\ f_{n+2} &= f_{n+1} + f_n \quad \text{per } n \geq 0 \end{aligned}$$

  Dimostrare che $\forall n.\ (\sum_{i=0}^{n} f_i^2 = f_n \cdot f_{n+1})$ (dimostrata a lezione)