

**Linguaggio e Metodi della Matematica**

Prova scritta del 25 Luglio 2006

**[Esercizio 1]**

Sia  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$  la funzione definita come  $f(z) = |z|$ . Si dica, giustificando ogni risposta, se:

1. è possibile trovare una funzione surgettiva  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che  $g \circ f$  non sia surgettiva?
2. è possibile trovare una funzione iniettiva  $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che  $h \circ f$  non sia iniettiva?

**[Esercizio 2]**

Si dica se le seguenti proprietà su insiemi sono valide, fornendo una dimostrazione formale in caso positivo oppure un controesempio in caso negativo:

1.  $\forall A, B, C, D. ( (A \subseteq B \wedge C \subseteq D) \rightarrow (A \cup C \subseteq B \cup D) )$
2.  $\forall A, B, C, D. ( (A \subseteq B \wedge C \subseteq D) \rightarrow (A \cup C \supseteq B \cup D) )$

**[Esercizio 3]**

Dire di quali proprietà gode la relazione

$$R = \{ (n, m) \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \wedge n \times m \text{ è pari} \}$$

(riflessiva? simmetrica? transitiva? irreflessiva? antisimmetrica? asimmetrica?)

**[Esercizio 4]**

Francesco e Diego stanno scrivendo rispettivamente le parole LINGUAGGIO e matematica su due tastiere diverse collegate allo stesso display.

Quante sono le diverse stringhe che possono comparire sul display? (es. LmatINemGUAaGtiGIOca)

Quante sono le diverse stringhe che possono comparire sul display assumendo che Francesco sia il più lesto a digitare il primo carattere e finisca di scrivere prima di Diego?

Quante sono le diverse stringhe che possono comparire sul display assumendo che Francesco sia il più lesto a digitare il primo carattere ma finisca di scrivere dopo di Diego?