

Linguaggio e Metodi della Matematica

Prova scritta del 4 Luglio 2006

[Esercizio 1]

Sia $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ la funzione definita come $f(z) = z + 1$. Si dica, giustificando ogni risposta, se:

1. è possibile trovare una funzione surgettiva $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tale che $g \circ f$ non sia surgettiva?
2. è possibile trovare una funzione iniettiva $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tale che $h \circ f$ non sia iniettiva?

[Esercizio 2]

Si dica, giustificando tutte le risposte, se le seguenti formule predicative sono equivalenti, e se sono tautologie, contraddizioni o soddisfacibili.

1. $\forall x.P(x) \rightarrow \exists x.Q(x)$
2. $\forall x.(\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow \exists x.Q(x)$

[Esercizio 3]

Si dica se le seguenti proprietà su insiemi sono valide, fornendo una dimostrazione formale in caso positivo oppure un controesempio in caso negativo:

1. $\forall A, B, C, D. ((A \subseteq B \wedge C \subseteq D) \rightarrow (A \cap C \subseteq B \cap D))$
2. $\forall A, B, C, D. ((A \subseteq B \wedge C \subseteq D) \rightarrow (A \cap C \supseteq B \cap D))$

[Esercizio 4]

Dire di quali proprietà gode la relazione

$$R = \{ (n, m) \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \wedge n + m \text{ è pari} \}$$

(riflessiva? simmetrica? transitiva? irreflessiva? antisimmetrica? asimmetrica?)