

**Linguaggio e Metodi della Matematica**

Prova scritta del 7 Giugno 2006

**[Esercizio 1]**

Sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  la funzione definita come  $f(n) = n^2$ . Si dica, giustificando ogni risposta, se:

1. è possibile trovare una funzione surgettiva  $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che  $g \circ f$  non sia surgettiva?
2. è possibile trovare una funzione iniettiva  $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che  $h \circ f$  non sia iniettiva?

**[Esercizio 2]**

Si dica, giustificando tutte le risposte, se le seguenti formule predicative sono equivalenti, e se sono tautologie, contraddizioni o soddisfacibili.

1.  $(\forall x.Q(x) \rightarrow \forall x.\neg P(x)) \rightarrow \exists x.\neg Q(x)$
2.  $\exists x.(Q(x) \rightarrow P(x))$

**[Esercizio 3]**

Si dica se le seguenti proprietà su insiemi sono valide, fornendo una dimostrazione formale in caso positivo oppure un controesempio in caso negativo:

1.  $\forall A, B, C, D. ((A \subseteq B \wedge C \subseteq D) \rightarrow (A \cap C \subseteq B \cup D))$
2.  $\forall A, B, C, D. ((A \subseteq B \wedge C \subseteq D) \rightarrow (A \cap C \supseteq B \cup D))$

**[Esercizio 4]**

Dire di quali proprietà gode la relazione  $R = \{ (b, a), (c, b), (c, d) \}$  definita sull'insieme  $A = \{a, b, c, d\}$  (riflessiva? simmetrica? transitiva? irreflessiva? antisimmetrica? asimmetrica?) Dire inoltre qual è la più piccola relazione di ordinamento che contiene  $R$  e disegnarne il diagramma di Hasse.